

Absolutní hodnota

Definice:

- Absolutní hodnota čísla je rovna vzdálenosti obrazu tohoto čísla na číselné ose (či v Gaussově rovině čísel) od počátku. (= geometrický význam absolutní hodnoty)
- V oboru reálných čísel:

$$a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

- V oboru komplexních čísel:

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{zz^*}$$

Vlastnosti:

- $|a| \geq 0 \quad |a| \in \mathbb{R}$
- $|a| = |-a|$
- $|a| = \sqrt{a^2}$
- $|ab| = |a| \cdot |b|$

- $|a + b| \geq |a| + |b|$
- $|a - b| = |b - a|$
- $|a - b| \leq ||a| - |b||$
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Pro reálná čísla:

- $|a| \leq b \Rightarrow -b < a < b$
- $|a| \geq b \Rightarrow a \leq -b \vee b \leq a$

Řešení rovnic a nerovnic v reálných číslech:

- Najdeme nulové body jednotlivých absolutních hodnot
- Rozdělíme příklad na intervaly
- Odstraníme absolutní hodnoty (je-li hodnota intervalu záporná, prohodíme znaménka)
- Řešení porovnáme s daným intervalem a provedeme sjednocení řešení ze všech intervalů

Příklad: $||x + 8| - 2| = |x - 3|$

$x \in (-\infty; -8)$		$x \in (-8; 3)$		$x \in (3; \infty)$
$ -x - 8 - 2 = -x + 3$		$ x + 8 - 2 = -x + 3$		$ x + 8 - 2 = x - 3$
$ -x - 10 = 3 - x$		$ x + 6 = 3 - x$		$ x + 6 = x - 3$
$x \in (-\infty; -10)$	$x \in (-10; -8)$	$x \in (-8; -6)$	$x \in (-6; 3)$	$x \in (3; \infty)$
$-x - 10 = 3 - x$	$x + 10 = 3 - x$	$-x - 6 = 3 - x$	$x + 6 = 3 - x$	$x + 6 = x - 3$
$-10 \neq 3$	$x = -3,5$	$-6 \neq 3$	$x = -1,5$	$6 \neq -3$
\emptyset	\emptyset	\emptyset	$x = -1,5$	\emptyset

$$x \in \{-1,5\}$$

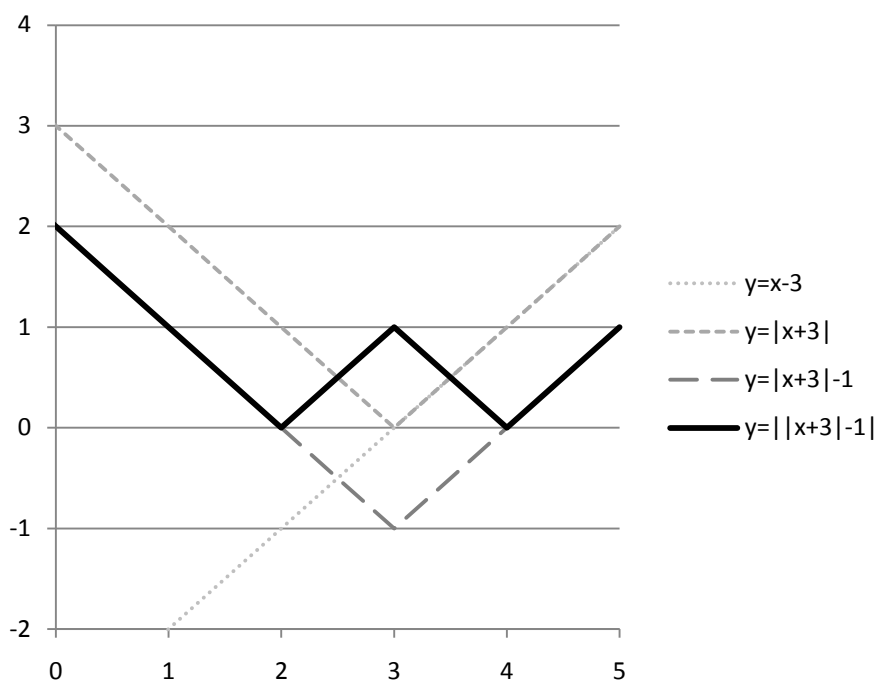
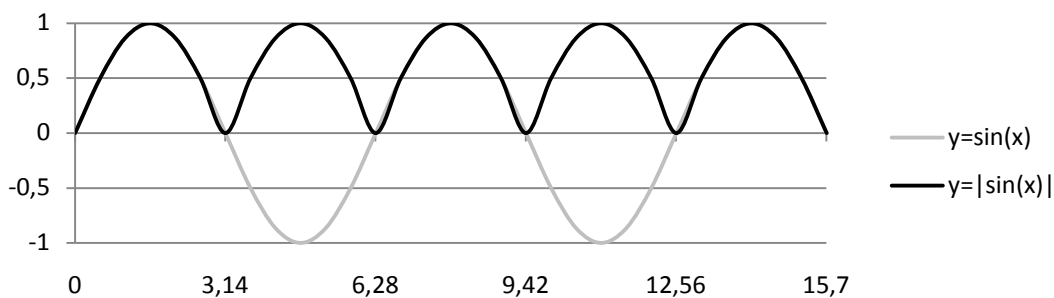
Příklad: $||x + 8| - 2| > |x - 3|$

$x \in (-\infty; -8)$		$x \in (-8; 3)$		$x \in (3; \infty)$
$ -x - 8 - 2 > -x + 3$		$ x + 8 - 2 > -x + 3$		$ x + 8 - 2 > x - 3$
$ -x - 10 > 3 - x$		$ x + 6 > 3 - x$		$ x + 6 > x - 3$
$x \in (-\infty; -10)$	$x \in (-10; -8)$	$x \in (-8; -6)$	$x \in (-6; 3)$	$x \in (3; \infty)$
$-x - 10 > 3 - x$	$x + 10 > 3 - x$	$-x - 6 > 3 - x$	$x + 6 > 3 - x$	$x + 6 > x - 3$
$-10 > 3$	$x > -3,5$	$-6 > 3$	$x > -1,5$	$6 > -3$
\emptyset	\emptyset	\emptyset	$x \in (-1,5; 3)$	$x \in (3; \infty)$

$$x \in (-1,5; \infty)$$

Grafy funkcí s absolutní hodnotou:

1. Najdeme nulové body jednotlivých absolutních hodnot
 2. Podle nulových bodů rozdělíme definiční obor funkce na intervaly
 3. Odstraníme absolutní hodnoty (je-li hodnota intervalu záporná, prohodíme znaménka)
 4. Výslednou funkci získáme spojením jednotlivých funkcí
- Absolutní hodnota z funkce převrací zápornou část grafu (oblast pod osou x) do kladné části grafu (oblast nad osou x)



Zdroje a užitečné odkazy:

- BUŠEK, Ivan; CALDA, Emil. Základní poznatky z matematiky. 3. upr. vyd. Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-146-9
- Matematika polopatě (<http://www.matweb.cz/>)